

RÜZGAR ENERJİSİ TÜRBİN TEMELLERİ GEOTEKNİK TASARIMI

GEOTECHNICAL DESIGN OF FOUNDATIONS OF WIND ENERGY TURBINES

Yıldırım BAYAZIT¹

Berrak TEYMÜR²

ABSTRACT

Wind turbine structures are designed to convert the kinetic energy of wind into mechanical energy through aerodynamic forces acting on a rotor. Mechanical energy is used to activate a generator to generate electrical energy. During its lifetime, the wind turbine foundation is exposed to dead load of turbine and the tower, wind load, seismic loads and loads occurring due to operational activities. Approximate loads of turbines of 3.5 MW were used. The rotation and settlement calculations were made for sands having different densities (loose, medium dense and dense). Loads are classified as unusual loads (normal and extreme), operating loads and fatigue loads. The results of analytical method and numerical analysis were compared with each other and it is found that there was no difference between them that affects cost of the foundation structure. The amount of rotations in the loose sand and medium dense sand is the same in both methods, but the amount of rotation with the analytical method in the dense sand is lower. Although the system is sufficient in terms of rotational rigidity for three different sand densities, the loose sand does not seem safe for the operation of a turbine without any soil improvement. key words: sand, relative density, wind energy turbine, Plaxis.

ÖZET

Rüzgar türbini yapıları, bir rotora etkiyen aerodinamik kuvvetler vasıtasıyla rüzgarın kinetik enerjisini mekanik enerjiye dönüştürmek için tasarlanmıştır. Mekanik enerji daha sonra elektrik enerjisi üretmek için bir jeneratörü harekete geçirmek için kullanılır. Rüzgar türbini temeli ömrü boyunca, türbin ve kulenin zati ağırlığından kaynaklı yüke, dinamik rüzgar yüküne, sismik yüklere ve işletmeden kaynaklı yüklere maruz kalır. Çalışmada üç farklı sıklıktaki kum zemine oturan türbin temelini davranışı incelenmiştir. Yükler için yapılan 3.5 MW'lık türbinlerin yaklaşık yükleri kullanılmıştır. Farklı sıklıktaki kumlar için (gevşek, sıkı ve orta sıkı) dönme ve oturma hesapları yapılmıştır. Yük sınıfları, olağan dışı yükler (normal ve aşırı), işletme yükleri ve yorulma yükleri şeklindedir. Analitik yöntem ve sonlu elemanlar programı PLAXIS 2D yardımıyla numerik analiz sonucu bulunan değerler birbiriyle kıyaslanmış ve aralarında yapı maliyetini etkileyecek bir fark bulunmadığı tespit edilmiştir. Numerik analiz ile bulunan oturma sonuçlarının analitik

¹ Y. Müh, ybayazit83@gmail.com

² Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, teymurb@itu.edu.tr

yöntem ile bulunan sonuçlardan daha küçük olduğu gözlemlenmiştir. Gevşek kum ve orta sıkı kumdaki dönme miktarları her iki yöntemde de aynı çıkmakla beraber sıkı kumda analitik yöntemle bulunan dönme miktarı daha düşük çıkmaktadır. Üç farklı sıklıktaki kum zemin özellikleri için sistem dönme rijitliği bakımından yeterli olmasına rağmen oturma miktarı olarak gevşek kum zemin iyileştirmesi yapmadan kurulacak bir türbinin işletmesi bakımından güvenli gözükmemektedir.

anahtar kelimeler: kum, rölatif sıklık, rüzgar türbini, Plaxis.

1. GİRİŞ

Rüzgar enerji santralleri temel tasarımının tam olarak anlaşılması için öncelikle rüzgar enerjisi tariflenmiş, kara tipi rüzgar çiftliklerinde kullanılan yüzeysel temeller hakkında ön bilgi verilmiştir. Rüzgar türbini, hava hareketinden meydana gelen rüzgârın kinetik enerjisini mekanik enerjiye dönüştürerek elektrik üreten türbinlerdir. Rüzgar enerjisi santralleri (RES) türbinleri tipik olarak dikey kuvvetleri, büyük dinamik yatay kuvvetleri ve devrilme momentlerini iletmek için tasarlanan yüzeysel temeller üzerine kurulmuştur. (Tinjum ve Christensen, 2010).

Bu çalışmada, RES türbin temelleri geoteknik tasarımı hakkında bilgi verilerek ve geoteknik tasarımın önemli bir parçası olan temel stabilite hesaplarını analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri kullanarak hesaplayarak sonuçları karşılaştırılacaktır.

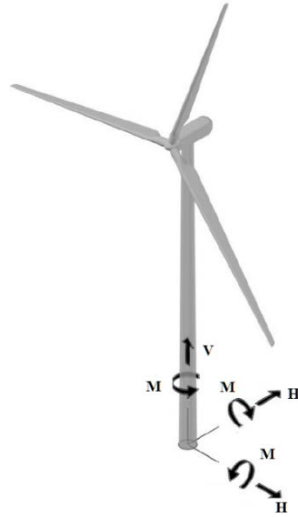
2. RES TÜRBİN TEMELİ GEOTEKNİK TASARIMI

Rüzgar türbini temel tasarımı; betonarme ve geoteknik aşamadan oluşur. Sahadaki rüzgar rejimine ve buna bağlı seçilen türbin tipine (boyutuna) karşın türbin yükleri ve stabilite gereksinimleri türbin tedarikçisi tarafından hesaplanarak verilir. Bu veriler ile birlikte temelin boyutlandırılması stabilite hesapları çerçevesinde yapılır. Rüzgar türbinlerine, rüzgarın neden olduğu aerodinamik yükler, kanadın ağırlığından kaynaklanan yükler, kanat hareket (santrifüj) kuvvetleri, kanadın ve türbinin rüzgara bağlı yön değiştirme (jiroskop) kuvvetleri ve işletme şartlarından kaynaklanan yükler etkimektedir. Bunlarla birlikte türbin gövdesinin, kulenin, temelin ve temel imalatı sonrası yapılan geri dolgunun zati ağırlığı da geoteknik tasarımda yük olarak kabul edilmektedir. Bir temelin tasarımı için; kapasitesi veya dayanımı, uygulanan yükleri karşılamak için yeterli olmalı ve temelin taşıdığı yapıya zarar verebilecek ya da işlev kaybına neden olabilecek bu uygulanan yükler altında aşırı deformasyondan kaçınmak gerekmektedir. Yapının bir bütün olarak çökmesi nihai limit durumu (ULS) ve işlev kaybına neden olan aşırı deformasyon içeren kullanılabilirlik limit durumudur (SLS).

Nihai limit durumu, taşıyıcı sistemin tamamının ya da bir bölümünün herhangi bir nedenle yıkılma durumuna gelmesidir. Taşıyıcı eleman ya da sistemin bütünü taşıma gücünün sınırına ulaşmış olmaktadır. Geoteknik tasarımda, taşıma kapasitesi, devrilmeye karşı direnç ve kaymaya karşı dayanıklılık dahil olmak üzere yapının genel stabilite davranışlarını nihai limit durumuna göre yapılmaktadır. Kullanılabilirlik limit durumu, yapının güvenli ve verimli bir şekilde çalışmasını sağlamada kritik öneme sahiptir. Bu nedenle, kullanılabilirlik limit durumu ile ilgili hususlar arasında temel oturmasının sınırlandırılması, temelin bir yöne farklı oturması, temel ile zemin arasındaki boşlukların gelişiminin en aza indirilmesi, çatlakların yayılması ve temel hareketlerinin en aza

indirilmesi yer almaktadır. Bir rüzgar türbini temeli için, kullanılabilirlik limit durumu tanımı basit ve açık değildir. Yapının kendi ağırlığına ek olarak, operasyonel yükler altında önemli deformasyonlar olması beklenebilir. Yapının oturması sadece rüzgar türbininin çalışması üzerinde değil aynı zamanda stabilite üzerinde de büyük olumsuz etkiler yaratabilir. Temelin bir kenarı diğerinden daha fazla oturursa, bu durum zeminle temas eden etkili alanın azalmasına neden olacaktır (Ntambakwa vd., 2018).

Tasarım yükleme durumları ve yük kombinasyonları; kule tabanındaki kesme kuvveti ve eğilme momentini ortaya çıkaran rüzgar yükleme durumudur. Yükleme durumları normal (N) ve anormal (A), yükleme durumları olarak incelenecektir. Bu yükleme durumları ile elde edilen mesnet reaksiyonları temele etkitilmektedir. Bu çalışmada, yükler çeşitli türbin imalatçıların 3.5 MW kurulu güçteki türbinlerinin temele etkiyen yüklerinin ortalamaları alınarak hesaplanmıştır. Temele etkitilecek olan yükler yükleme durumu (zati yük, temel, dinamik rüzgar yükü vs.) ve yapılacak analiz türü ile ilişkili olarak yük katsayıları ile çarpılmalıdır. Bu yük katsayıları 0.9 ile 1.4 arasında değişmektedir. (IEC 61400-1, 2007). Rüzgar türbinden aktarılan kuvvetler de dahil olmak üzere, temele etki eden tüm kuvvetler, temel tabanına aktarılır ve temel-zemin ara yüzeyinde sırasıyla yatay ve dikey yönde H ve V kuvvetlerine dönüştürülür. (Şekil 1)



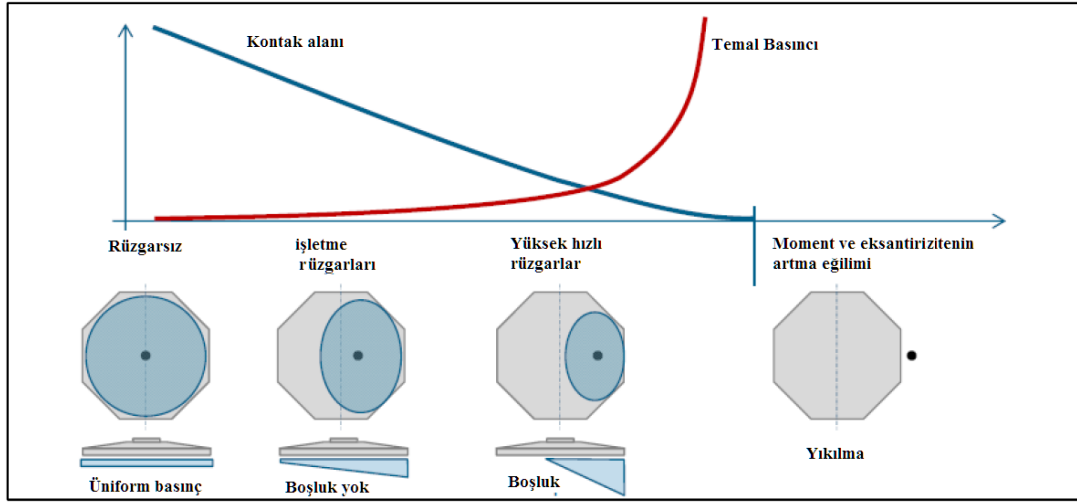
Şekil 1. Temele Etkiyen Yük Birleşenleri

Hesaplarda kullanılan yükler, türbin firmalarının türbinin oturacağı temelin tasarımı için paylaştığı, farklı yükleme koşullarından elde edilen ve maksimum kesit tesirlerini veren statik yüklerdir. Tekrarlı yükler altında zeminin davranışı incelenmemiştir.

2.1. Elastik Dağılımına Sahip Temel Taban Gerilmesi

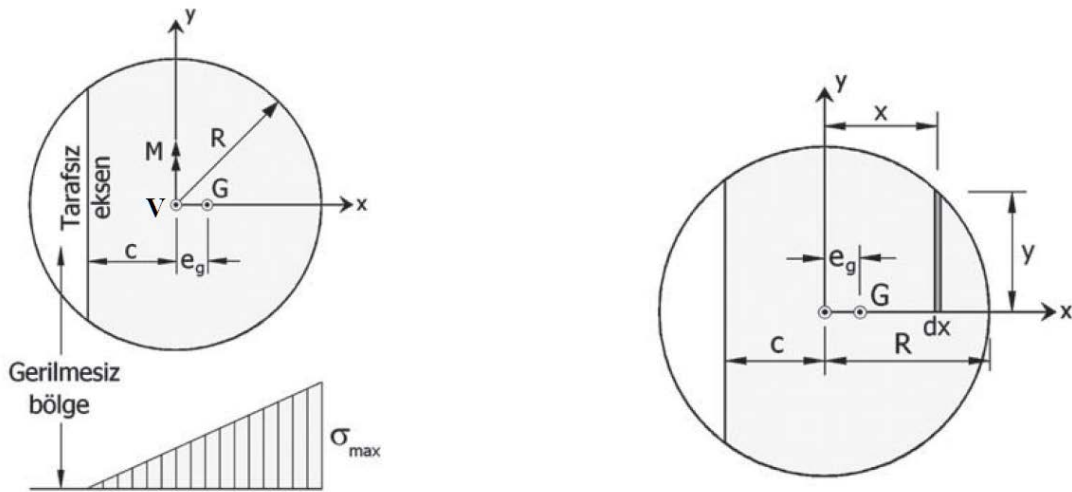
Yorulma yükü durumu ve deformasyonların (ULS) hesaplanması için normal uygulama, elastik dağılımın olduğu varsayımdır. Burada dışmerkezliliğe göre iki farklı hesap yolu izlenecektir. Düşey yük (V) ve eğilme momenti (M) altında bulunan R yarıçaplı dairesel bir temelin planı, yükleme durumu ve taban gerilmeleri Şekil 3'de gösterilmiştir. e dışmerkezliği R/4'ten küçük olduğu zaman küçük dışmerkezlik söz konusudur.

Rüzgar enerjisi türbini yüzeysel temelleri için taşıma kapasitesi değerlendirmelerine yük eksantrikliği ile ilgili hususlar dahil edilmelidir. Şekil 2’de, uygulanan devirmeye çalışan yüklerle oranla temel taban basıncındaki değişim görülmektedir.



Şekil 2. Temel Kontakt Alanı ve Temel Basıncı Değişimi (Ntambakwa, 2008)

$e > R/4$ olduğu zaman büyük dışmerkezlik söz konusudur ve temelin belirli bir bölgesi gerilmesiz durumdadır. Bu durumda gerilme hesaplarını Şekil 3’de koyu olarak gösterilen “Çalışan Temel Bölgesi”ne göre yapmak gerekir.



Şekil 3. Büyük Dış Merkezilik Durumunda Gerilme Dağılımı (Özmen, 2010)

3. ANALİTİK VE NÜMERİK YÖNTEMLER İLE YAPILAN ANALİZLERİN SONUÇLARI

Zemin yükleme altında doğrusal olmayan davranış sergiler, doğrusal davranış temeline dayanan analitik çözümler sonuçlarda hataların ortaya çıkmasına neden olabilir. Numerik analiz (sonlu elemanlar) yöntemi ile zemini elasto-plastik modelleyebilmek mümkündür. Sonuçlar hem analitik çözümler hem de sonlu elemanlar yöntemi ile çözümlenerek karşılaştırılmıştır. İlk aşamada türbin temelinin oturduğu zemin gevşek kum olarak

alınmıştır. Orta sıkı ve sıkı iki farklı kum için oturma ve dönme kontrolü yapılmıştır. Gevşek kum zeminde meydana gelen oturma ve dönme miktarları ile kıyaslanmıştır.

Temele gelen yükler Çizelge 1’de görüldüğü gibi kule (türbin ve kanatlar dahil) zati ağırlığı ve işletmeden kaynaklı yatay yükler temel tabanına etkililmiş, eğilme momentleri ise kuvvet çifti olarak verilmiştir. Yükler çeşitli türbin imalatçıların benzer özellikteki türbinlerinin yüklerine merteye olarak benzer yüklerdir.

Çizelge 1. Modele Etkitilecek Yükler

Yük	Normal (ULS)	İşletme (SLS)
H, kule zati ağırlığı (kN)	4968	4968
M, Eğilme momenti (kNm)	85450	66540
V, Yatay Kuvvet (kN)	702	547

3.1. Malzeme Özellikleri

Bu çalışmada zemin tek bir tabaka olarak tanımlanmıştır. Üç farklı sıklıktaki kum ve geri dolgu için malzeme özellikleri Çizelge 2’de ki gibidir. Zemin parametreleri gevşek kum için benzer bir projenin geoteknik raporundan alınmış, orta sıkı kum ve sıkı kum için ise Ghazavai vd. (2013)’ün kum zemine oturan yüzeysel temellerin taşıma gücü ile ilgili yaptıkları bir çalışmadan alınmıştır. Beton malzeme özellikleri ise Çizelge 2’de verilmektedir.

Çizelge 2. Zemin ve Geri Dolgu Özellikleri (Ghazavai ve diğ., 2013) ve Beton Özellikleri

	Gevşek kum	Orta sıkı kum	Sıkı kum	Geri dolgu	Beton
Birim hacim ağırlığı, γ (kN/m ³)	18.00	19.60	21.00	16.20	22.5
Poisson oranı, ν	0.35	0.32	0.263	0.30	0.2
Kohezyon, c (kN/m ²)	0.5	0.5	0.5	0.00	-
İçsel sürtünme açısı, ϕ (°)	27	32	40	28	-
Dilatasyon Açısı, ψ (°)	0	2	10	0	-
Elastisite Modülü, E (kN/m ²)	18605	22500	55000	14860	2850000

3.2. Analitik Çözümlerin Sonuçları

Analitik çözümlerde kullanılan yöntem DNVGL-ST-0126 (2016) rüzgar türbinleri tasarımı kılavuzuna dayanmaktadır. Oturma ve dönme miktarının hesaplamada kullanılan rijitlik, denklem 1.1 ile tariflemiştir.

$$K_v = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right) \left(1 + \frac{D}{2R}\right) \left(1 + (0.85 - 0.28 \frac{D}{R}) \frac{D/H}{1-D/H}\right) \quad (1.1)$$

Denklemden, G zeminin kayma modülü, R temel yarıçapı, ν zeminin poisson oranı, D temelin gömülme derinliği, H ise ana kayaya olan mesafesidir. Farklı zeminler yapıları için DNVGL farklı formüller tanımlamıştır. Oturma miktarları denklem 1.2 ile hesaplanmıştır.

$$\delta = \frac{MR}{K_v} \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Burada M eğilme momenti, E}$$

zeminin elastisite modülüdür.

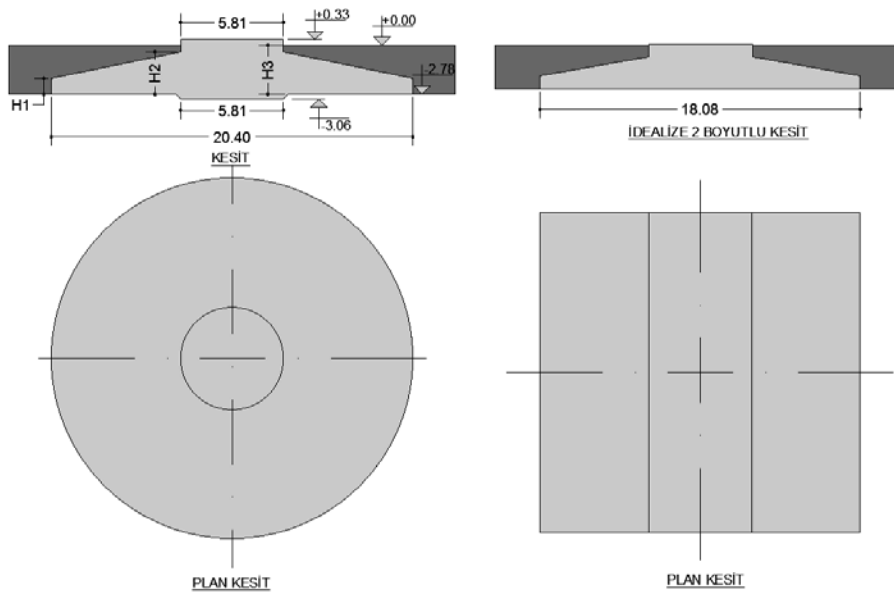
Çalışmada yapılan kabulde temel sonsuz rijit ve zemin ile tamamen temas ettiği yönündedir. Burada zemin elastik davrandığı ve temel zemininin tamamen basınca dayandığı kabulü yapılmıştır. Hesaplanan toplam düşey deformasyon miktarı ve toplam dönme miktarı gevşek kum, orta sıkı kum ve sıkı kum için Çizelge 3’de verilmiştir.

Çizelge 3. Farklı Sıklıktaki Kum için Düşey Deformasyonlar ve Dönme Miktarları

	u(m)	θ (derece)
Gevşek kum	0.051	0.199
Orta sıkı kum	0.028	0.111
Sıkı kum	0.018	0.072

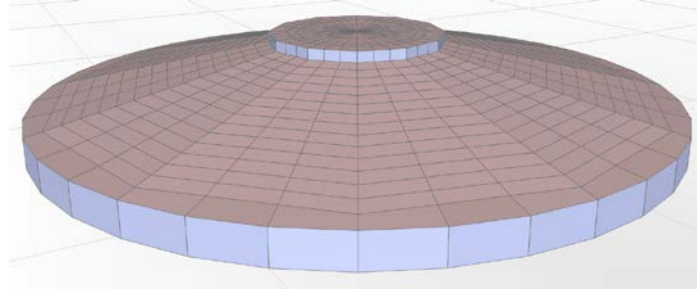
3.3. Sonlu Elamanlar Yöntemi ile Bulunan Sonuçlar

Sonlu elemanlar yöntemi, diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen mühendislik probleminin nümerik olarak çözümüdür. Bu çalışmada sonlu elemanlar programı PLAXIS 2D kullanılmıştır. Rüzgar enerjisi turbini temel tasarımında düzlem şekil değiştirme prensibine dayanan modelleme kullanılmıştır. Modellerde 15 düğüm noktalı üçgenler kullanılarak geometri oluşturulmuş, beton ile zemin arasında sürtünme ara yüzü tanımlanmıştır. R yarıçaplı temel için, temelin her iki yüzünden 4 R mesafede sınır koşulları tanımlanarak geometrinin boyutları oluşturulmuştur. Şekil 4’de verilen dairesel geometriye sahip türbin temeli PLAXIS 2D programında modellenecektir. Planda dairesel geometriye sahip temelin iki boyutlu olarak modellenebilmesi için temeli tanımlayacak temsili bir en kesit gerekmektedir. Dairesel bir geometriye sahip olan rüzgar turbini temeli iki boyutlu sonlu elemanlar programında modellenirken aynı kesit yüzey alanı ve ağırlığa sahip bir kare temeale dönüştürülerek modellenecektir. 10.20m yarıçaplı daire temel, bir kenar uzunluğu 18.08m olan kare temel olarak modellenmiştir. Modellenen kesit temelde de aynı rijitlikleri oluşturacak şekilde geometrisi düzenlenmiştir.



Şekil 4. Temel Geometrisi ve Modellenen Geometri

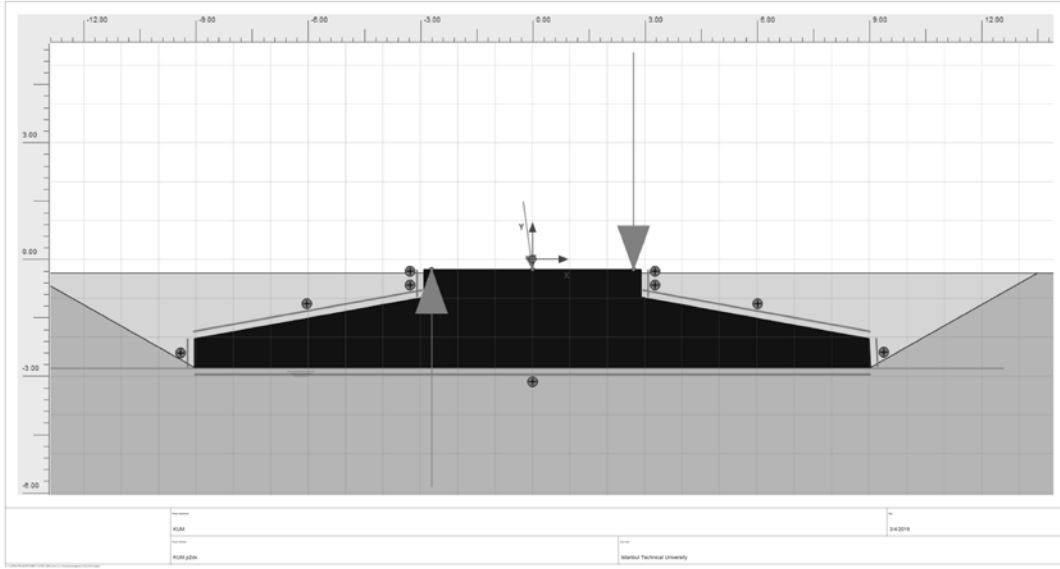
Bu geometri oluşturulurken kesitin sadece alan ve hacim (ağırlık) olarak değil rijitliğinde gerçek temel ile benzer olması sağlanmıştır. Bu doğrulama için temel SAP 2000 programı ile Şekil 5’da ki gibi üç boyutlu modellenmiştir. Her iki programın yükleme koşulları, malzeme ve zemin mühendislik özellikleri aynı tutularak çözüm yapılmış bulunan sonuçlar (deformasyonlar) birbirleriyle kıyaslanmıştır. SAP 2000 programında gevşek kum zemin için hesaplar yapılmış benzer sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 5. Temelin üç boyutlu SAP 2000 modeli.

Rijit temel kabulü yapılarak tüm yüklemeler tanımlanacak olan 1 m birim genişliğe indirgenerek etkilmiştir. Yatay yüklemeler ise yatay düzlemdeki X ve Y doğrultularındaki kuvvetlerin bileşkesi bulunarak etkililmiştir. Çalışmada zemin ve geri dolgu için Mohr-Coulomb modeli kullanılmıştır. Bu model Elasto-Plastik bir çözümler sunmaktadır. Mohr-Coulomb modeli, zemin veya kaya davranışının 'birinci dereceden' bir yaklaşımını temsil eder. Bu model, ele alınan sorunun ilk analizi için kullanılması tavsiye edilir. Her tabaka için, sabit bir ortalama rijitlik veya derinlik ile doğrusal olarak artan bir rijitlik tahmin edilmektedir. Kabul sayesinde hesaplar daha hızlı olmaktadır ve deformasyonlar hakkında da bir bilgi elde edilebilmektedir. Burada zemin davranışı analitik çözümlere dayalı sonuçlarla kolay kıyaslanması için tek bir tabaka olarak tanımlanmıştır. Betonarme temel malzeme modeli ise lineer- elastik tanımlanmış, malzeme geçirimsizliği de geçirimsiz olarak düşünülmüştür.

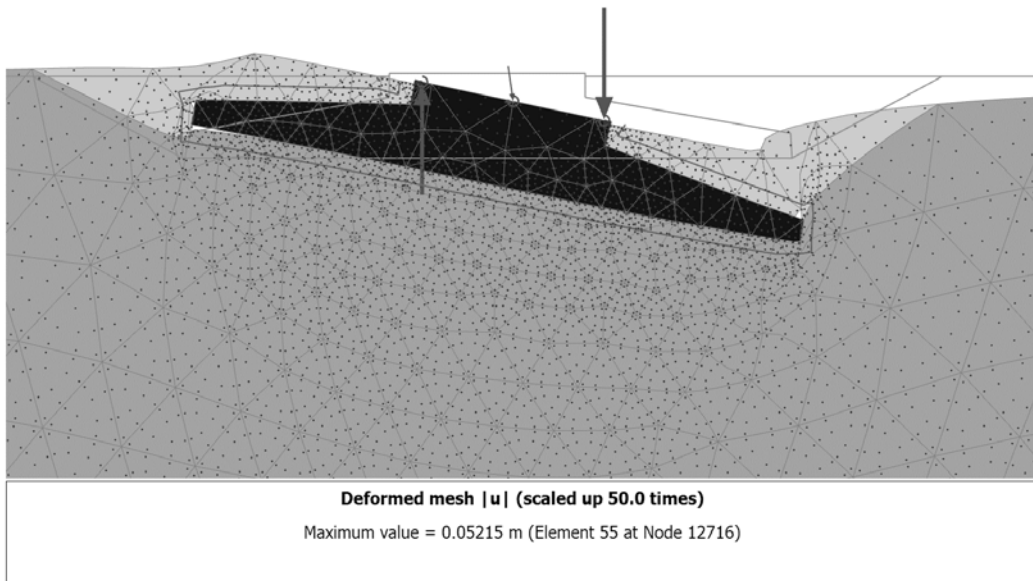
Analizlerde yer altı su seviyesi temel seviyesi altında kabul edilmiştir. K_0 koşulu kabul edilerek hesaplamalar yapılmıştır. Betonarme temelin inşaatı aşamasında betonarme temel inşaatı tamamlanmıştır. Ani oturmaların bir bölümü aslında bu aşamada gerçekleşmeye başlamıştır. Betonarme temel üzeri geri dolgusu uygun malzeme ile bu aşamada yapılmaktadır. Dolgu için genelde el kompaktörü ve silindir seçenekleri vardır. Ülkemizde yapılan temellerde silindirle sıkıştırma çok kullanılmamaktadır. Bu yüzden modelde sıkıştırma işleri için ilave sursarj yükü etkililmemiştir (Şekil 6).



Şekil 6. Modelinin Genel Görünüşü

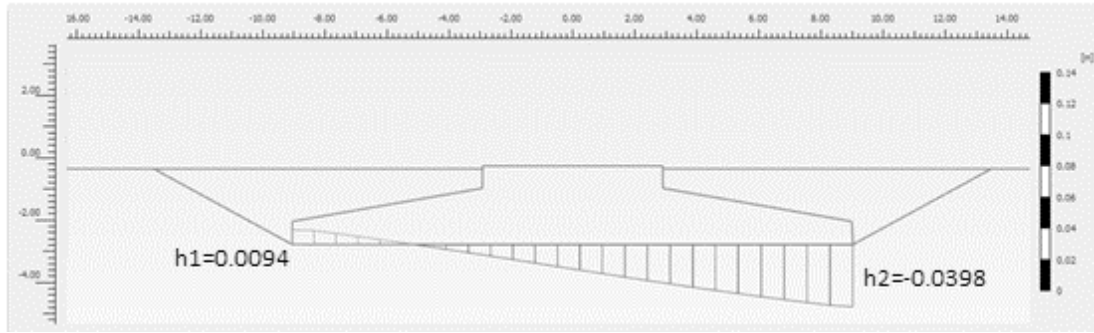
Temel ve geri dolgu işlemleri tamamlandıktan sonra herhangi bir konsolidasyon oturması beklenmeyen kum zeminde deplasmanların büyük çoğunluğu tamamlanmış olduğu kabul edilerek deplasmanlar sıfırlanmaktadır. Türbin yüklerinin betonarme temele etkilmesi, aşamasında kule, nasel (beşik) ve kanatların montajları tamamlanmış, ve türbin devreye alınmıştır. İşletme (güç üretimi) yük durumudur. Kullanılabilirlik limit durumu (SLS) yükleri yapıya etkilmiştir (Çizelge 1). Olağan dışı yüklerin (normal ve aşırı) etkildiği yükleme durumudur. Türbin üretimdeyken meydana gelen arıza durumu yüklemesidir. Son limit durumu (ULS) yükleri yapıya etkilmiştir (Çizelge 1).

Gevşek kum için toplam düşey deformasyon sonuçları Şekil 7’de verilmektedir. Toplam düşey deformasyon için son limit durumu (ULS) yükleri göz önüne alınmıştır. Gevşek kum için Şekil 7’de belirtildiği üzere bu değer 0.052m’dir. Orta sıkı kum için bu değer 0.025m ve sıkı kum için ise 0.016m olarak bulunmuştur.



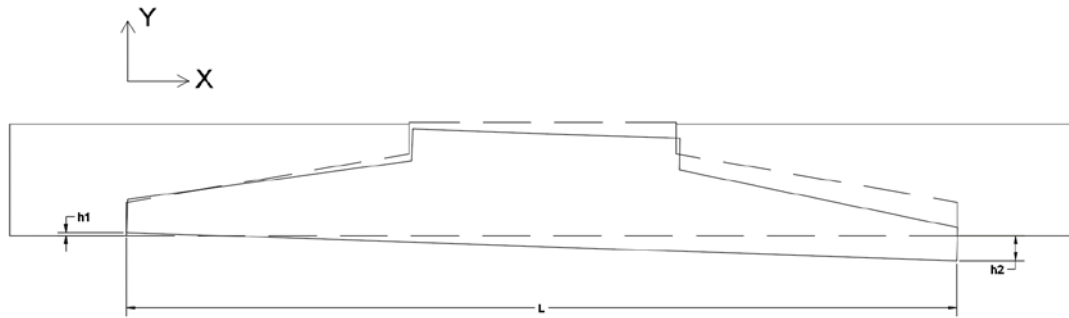
Şekil 7. Gevşek Kum Son Limit Durumu Toplam Deformasyon

Gevşek kum için farklı oturma grafiği Şekil 8’de verilmiştir. Dönme rijitliği sonuçları için kullanılabilirlik limit durumu (SLS) yükleri göz önüne alınmaktadır.



Şekil 8. Gevşek Kum Zeminde Temel Farklı Oturma Grafiği

Dönme miktarını hesaplayabilmek için temelin her iki ucundaki yerdeğiştirme değerlerini bulunması gerekir. Şekil 9’de görüleceği üzere bu değerler gevşek kum için $h_1=0.0094\text{m}$, $h_2=-0.0398\text{m}$, orta sıkı kum için $h_1=0.0042\text{m}$, $h_2=-0.0195\text{m}$, sıkı kum için $h_1=0.0032\text{m}$, $h_2=-0.0131\text{m}$ ’dir. Dönme açısı gevşek kum zemin için 0.00225rad , orta sıkı kum zemin için 0.0013rad , sıkı kum zemin için ise 0.0009rad olarak hesaplanmıştır



Şekil 9. Temelin Dönme Davranışı

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada üç farklı sıklıktaki (gevşek, orta sıkı, sıkı) kum zemine oturan ağırlık tipi yüzeysel rüzgar türbini temelinin davranışı incelenmiştir. Farklı yöntemler kullanılarak her üç zemin tipi için deformasyon ve dönme miktarları hesaplanmıştır. Analitik yöntemler ve nümerik analiz ile hesaplanmış bulunan sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmış ve çözümler arasında yaklaşık %10 civarında fark olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlara göre sonlu elemanlar programı PLAXIS 2D ile yapılan çözümde bulunan oturma sonuçlarının analitik yöntem ile bulunan sonuçlardan daha küçük olduğu gözlemlenmiştir. Bunun tersi olarak da gevşek kum ve orta sıkı kumdaki dönme miktarları her iki yöntemde de aynı çıkmakla beraber sıkı kumda analitik yöntemle bulunan dönme miktarı daha düşük çıkmaktadır. Ancak bu fark ihmal edilebilir boyutlardadır. 3.5 MW kurulu gücünde bir türbinin yüzeysel ağırlık tipi temeli için en büyük izin verilebilir oturma miktarı 0.03m , izin verilebilir en büyük dönme miktarı ise 0.003rad ’dır. Bu yükleme koşulları ve üç farklı kum zemin özellikleri için sistem dönme rijitliği bakımından yeterli olmasına rağmen oturma miktarı olarak gevşek kum herhangi bir iyileştirme yapmadan kurulacak bir türbinin işletmesi bakımından güvenli gözükmemektedir. Kum zemin için yapılacak ön tasarımda taşıma gücü ve dönme rijitliklerinden önce oturmanın kontrol edilmesi tavsiye edilir.

KAYNAKLAR

DNVGL-ST-0126 (2016), “Support structures for wind turbines”.

Ghazavai, M. ve Eghbali, A. H. (2013), “New Geometric Average Method for Calculation of Ultimate Bearing Capacity of Shallow Foundations on Stratified Sands”, Int. J. of Geom., ASCE, Vol 13, 29, 101-108.

IEC 61400-1. (2007), “Wind Turbines – Part 1: Design Requirements” International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland.

Tinjum J.M., and Christensen R.W. (2010), “Site investigation characterization and assessment for wind turbine design and construction in Wind Energy Systems”, Woodhead Publishing.

Ntambakwa E., (2008), “Wind Turbine Foundation Behavior and Design Consideration”, AWEA Windpower Conference, WindPower 2008, Houston, Texas.

Özmen G., (2010), “Dairesel Temellerde Taban Gerilmelerinin ve Kesit Zorlarının Hesabı”, Türkiye Mühendislik Haberleri, 463-464, 60-68.